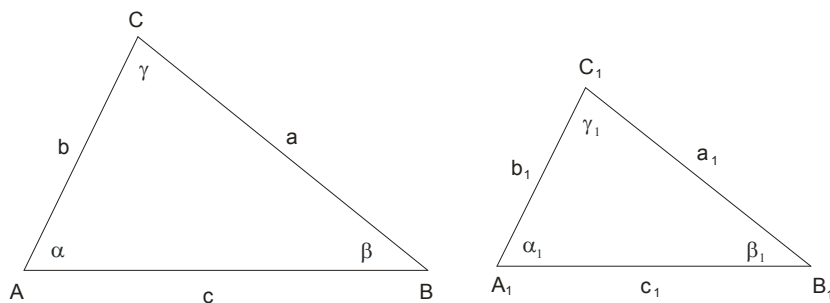


**Za utvrđivanje sličnosti trouglova koristimo četiri stava:**



**I stav**

Dva trougla  $ABC$  i  $A_1B_1C_1$  su slična ako i samo ako je jedan par stranica jednog trougla proporcionalan paru stranica drugog, a uglovi zahvaćeni ovim stranicama jednaki su među sobom.

**II stav**

Trouglovi  $ABC$  i  $A_1B_1C_1$  su slični ako i samo ako su dva ugla jednog trougla jednaka sa dva odgovarajuća ugla drugog.

**III stav**

Trouglovi  $ABC$  i  $A_1B_1C_1$  su slični ako i samo ako su im sve odgovarajuće stranice proporcionalne.

**IV stav**

Dva trougla  $ABC$  i  $A_1B_1C_1$  su slična ako i samo ako su dve stranice jednog trougla proporcionalne odgovarajućim stranicama drugog, uglovi naspram dveju od tih odgovarajućih stranica jednaki, a naspram drugih dveju odgovarajućih stranica su oba ugla oštra, oba prava ili oba tupa.

U zadacima, pošto zaključimo da su neka dva trougla slična, primenjujemo:

$$a : a_1 = b : b_1 = c : c_1 = O : O_1 = k$$

Naravno:

$O = a + b + c$  je obim prvog trougla

$O_1 = a_1 + b_1 + c_1$  je obim drugog trougla

**$k$  je koeficijent sličnosti**

Ovu gornju jednakost možemo zapisati i sa:  $a : b : c = a_1 : b_1 : c_1$

Vrlo lako možemo zaključiti da važe i sledeće proporcionalnosti:

$$a : a_1 = t_a : t_{a_1} = h_a : h_{a_1}$$

$$b : b_1 = t_b : t_{b_1} = h_b : h_{b_1}$$

$$c : c_1 = t_c : t_{c_1} = h_c : h_{c_1}$$

$$P : P_1 = a^2 : a_1^2 = b^2 : b_1^2 = c^2 : c_1^2$$

Naravno ovde su:

**$t$  – težišne duži,  $h$  – visine i  $P$  – površine sličnih trouglova.**

## Primena sličnosti na pravougli trougao

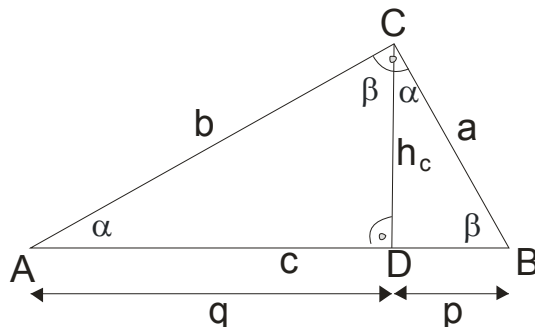
Nacrtajmo jedan pravougli trougao sa standardnim obeležavanjima:

$a, b$  su katete

$c$  je hipotenuza

$h_c$  je hipotenuzina visina

$p$  i  $q$  su odsečki na hipotenuzi koje pravi visina  $h_c$



Hipotenuzina visina CD deli trougao ABC na dva pravougla trougla : ADC i BDC. Možemo uočiti da sva tri pravougla

trougla imaju iste uglove  $\alpha, \beta$  i  $\gamma = 90^\circ$ , pa su medjusobno **slični**.

*Iz njihove sličnosti proizilazi proporcionalnost odgovarajućih stranica koja može da se formuliše kao :*

i) **Hipotenuzina visina je geometrijska sredina odsečaka koje sama odseca na hipotenuzi, to jest**

$$\boxed{h_c = \sqrt{p \cdot q}}$$

ii) **Kateta je geometrijska sredina hipotenuze i bližeg odsečka hipotenuze, to jest**  $\boxed{a = \sqrt{c \cdot p}}$  i

$$\boxed{b = \sqrt{c \cdot q}}$$

**( ovo je Euklidov stav)**

iii) **Trougao ABC je pravougli ako i samo ako je**  $\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$  **( ovo je Pitagorina teorema)**

Dakle, sad za pravougli trougao znamo sledeće formule:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$p + q = c$$

$$h_c = \sqrt{p \cdot q} \rightarrow h_c^2 = p \cdot q$$

$$a = \sqrt{c \cdot p} \rightarrow a^2 = c \cdot p$$

$$b = \sqrt{c \cdot q} \rightarrow b^2 = c \cdot q$$

$$h_c^2 + p^2 = a^2$$

$$h_c^2 + q^2 = b^2$$

$$O = a + b + c \rightarrow \text{obim}$$

$$P = \frac{a \cdot b}{2} \text{ ili } P = \frac{c \cdot h_c}{2} \rightarrow \text{površina}$$

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c} \rightarrow \text{hipotenuzina visina}$$

$$R = \frac{c}{2} = t_c \rightarrow \text{poluprečnik opisane kružnice koji se nalazi na sredini hipotenuze}$$

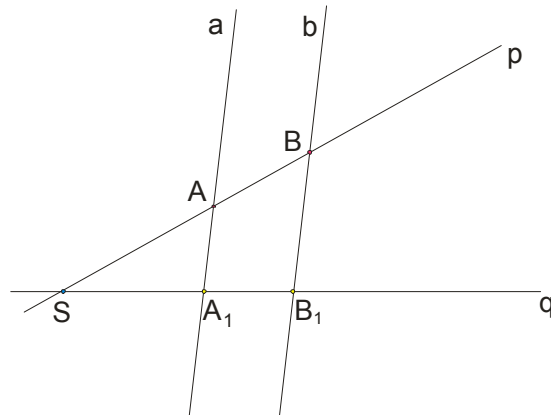
$$r = \frac{a + b - c}{2} \rightarrow \text{poluprečnik upisane kružnice}$$

### Talesova teorema

Ako paralelne prave  $a$  i  $b$  presecaju pravu  $p$  u tačkama  $A$  i  $B$ , a pravu  $q$  u tačkama  $A_1$  i  $B_1$ , i ako je  $S$  zajednička tačka pravih  $p$  i  $q$ , tada važi:

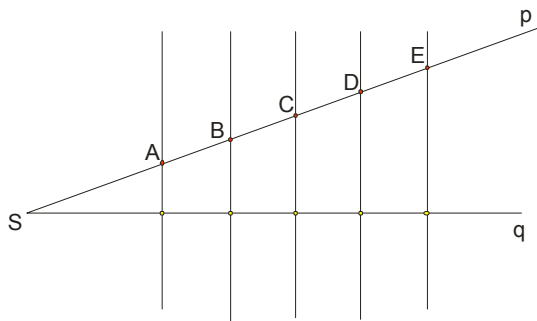
$$\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{SA}{SB} = \frac{SA_1}{SB_1}$$

Na slici bi to izgledalo ovako:

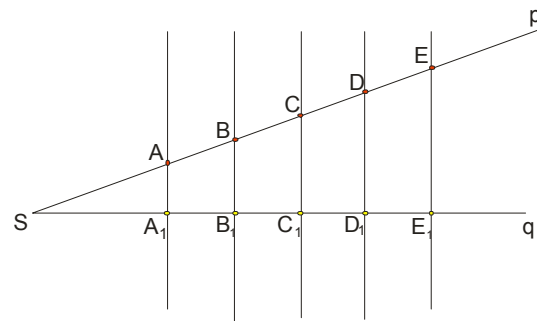


Na osnovu Talesove teoreme možemo izvući jedan važan zaključak:

Ako dve proizvoljne prave  $p$  i  $q$  preseca niz paralelnih pravih, tako da su odsecci na jednoj pravoj jednaki među sobom, onda su i odsecci na drugoj pravoj međusobno jednaki:



slika 1.



slika 2.

Na **slici 1.** imamo niz paralelnih pravih koje prave jednake odsečke na  $Sp$ , to jest  $AB = BC = CD = DE$ . Onda su i odsecci, po Talesovoj teoremi, na  $Sq$  takodje jednaki :  $A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = D_1E_1$  (**slika 2.**)